2010-2011	Contrôle de connaissances	2 heures	Math.

Calculatrice interdite – Formulaires ''officiels'' autorisés.

Exercice 1 :

Déterminer les domaines de définition et calculer les dérivées des fonctions suivantes :

i) $f(x) = \sin(\ln(3x)).e^x$

ii) $g(x) = \dfrac{e^{7x}}{\sqrt{2-x}}$

iii) $h(x) = 5^{2x}$

Exercice 2 :

i) Déterminer $\tan\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$ et $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$.

ii) Résoudre : $\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Exercice 3 :

Déterminer le DL à l'ordre 3 en 0 de : $f(x) = e^x.\sin(x)$.

Exercice 4 :

Calculer les limites suivantes :

i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\tan(x).\sin(3x)}$

ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1-4x)}{1-e^{7x}}$

Exercice 5 :

Calculer les intégrales suivantes :

i) $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{\tan(x^5)}{\cos^3(x)\ln(x^4)}dx$

ii) $J = \displaystyle\int_{0}^{1} (5x-1)e^{2x}dx$

T.S.V.P.

Exercice 6 :

Soit {0 ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ } un repère orthonormé de l'espace.

Soient A(1, -2, 1), B(-1, 0, 2) et C(2,-3, 2).

i) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

ii) Déterminer une équation du plan P passant par A, B et C.

iii) Déterminer une équation du plan Q passant par A et orthogonal à (BC).

iv) Déterminer une condition sur le réel a pour que $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ soient coplanaires.

Exercice 7 :

Etudier la différentiabilité des fonctions de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ suivantes et exprimer leur différentielle, si elle existe :

$i)$ $f(x, y) = e^{\left(x^2+y^2\right)}$

$ii)$ $g(x, y) = x^3 - 5x\ln(y)$

Exercice 8 :

$$\text{Soit } \vec{V} : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \rightarrow & \mathbb{R}^3 \\ M(x,y,z) & \mapsto & \vec{V}(M)\begin{pmatrix} ye^{xy} + \dfrac{z}{x} + yz \\ -\cos z + xe^{xy} + xz \\ \ln x + xy + y\sin z \end{pmatrix} \end{array} \right. , \quad \text{pour } x > 0.$$

i) Montrer que $\vec{V}$ dérive d'un potentiel scalaire f que l'on déterminera.

ii) Calculer $div_M \vec{V}$ et $\overrightarrow{rot}_M \vec{V}$.