

Calculatrice autorisée – Formulaire ‘officiel’ autorisé.

Exercice 1 :

Soit f définie par $f(x) = \ln(e^x - 1)$

- i) Déterminer le domaine de définition de f .
- ii) Calculer la dérivée de f .
- iii) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Exercice 2 :

Déterminer la différentielle de la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / f(x, y) = 3x^2 \cos y - y \sin x$

Exercice 3 :

Calculer l'intégrale suivante : $I = \int_0^2 (x+2)e^{-x} dx$

Exercice 4 :

Soit $\{0 ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ un repère orthonormé de l'espace.

Soient $A(2, 0, 1)$, $B(1, 1, 1)$ et $C(-1, 3, 2)$.

- i) Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- ii) Calculer $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$.
- iii) Calculer $\|\vec{AB}\|$ et $\|\vec{AC}\|$.

Exercice 5 :

Résoudre :
$$\begin{cases} 2y'' - 3y' + y = x + 1 \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$$

T.S.V.P.

Exercice 6 :

$$\text{Soit } \vec{V} : \left. \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ M(x, y, z) \mapsto \vec{V}(M) \end{array} \right\{ \begin{array}{l} x \cos z + \ln(y^2) \\ 3xy^2z + 4 \\ \frac{\sin x}{z^3} - e^z \end{array} \right)$$

Calculer $\text{div}_M \vec{V}$ et $\overrightarrow{\text{rot}}_M \vec{V}$

Exercice 7 :

$$\text{Soit } \vec{V} : \left. \begin{array}{l} \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ M(x, y, z) \mapsto \vec{V}(M) \end{array} \right\{ \begin{array}{l} \frac{2 \cos z}{y} - z \cos x \\ -\frac{2x}{y^2} \cos z + e^y \\ -\frac{2x}{y} \sin z - \sin x \end{array} \right)$$

- i) Montrer que \vec{V} dérive d'un potentiel scalaire f que l'on déterminera.
- ii) Calculer $\Delta_M f$.

Exercice 8 :

Calculer les limites suivantes :

- i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{1 - \cos x}$
- ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{3x}}{\ln(1 - 2x)}$