

Pierre de Fermat (1601-1665)

Pierre de Fermat était un génial mathématicien français du XVII^e s, qui a contribué avec Descartes à la création de la géométrie analytique (il est le premier à donner une méthode générale pour la détermination des tangentes à une courbe plane), à celle du calcul infinitésimal (avec Leibniz et Newton), et à celle du calcul des probabilités (avec Pascal). C'est surtout le fondateur de la théorie moderne des nombres, la branche des mathématiques qui étudie les nombres entiers.



Né près de Toulouse (précisément à Beaumont de Lomagne) en 1601, d'un père négociant en cuir, Fermat a toujours vécu bien loin des centres intellectuels européens. Il n'était d'ailleurs pas mathématicien professionnel, mais magistrat (il fut aussi conseiller au parlement de Toulouse à partir de 1631, puis membre de la chambre de l'édit de Castres), et il ne participa à la vie mathématique de son époque que par sa correspondance privée avec d'autres savants. Il est mort à Castres en 1665.

Fermat a été très influencé par la lecture des classiques de l'Antiquité, notamment celle de Diophante, mathématicien grec auteur de *l'Arithmetica*, que les européens ont redécouverte au milieu du XVI^e s. Fermat annotera abondamment la marge de son exemplaire (son fils rééditera *l'Arithmetica* avec les notes de Fermat). Il était annoncé, plus rarement prouvé, de nombreux théorèmes. En 1840, tous étaient démontrés ou invalidés. Tous sauf un : la conjecture appelée grand théorème de Fermat, qui a maintenu les mathématiciens en haleine jusqu'en 1994.

En marge du problème qui consiste à trouver des carrés qui sont sommes de deux autres carrés (on appelle cela chercher des triplets pythagoriciens, car il s'agit des côtés d'un triangle rectangle - ex : $5^2=3^2+4^2$), Fermat écrivit : "*D'autre part, un cube n'est jamais somme de deux cubes, une puissance quatrième n'est jamais somme de deux puissances quatrièmes, et plus généralement aucune puissance supérieure stricte à 2 n'est somme de deux puissances analogues. J'ai trouvé une merveilleuse démonstration de cette proposition, mais je ne peux l'écrire dans cette marge car elle est trop longue*". On ne saura jamais si Fermat avait réellement une preuve de son théorème, c'est peu probable, mais après tout qu'importe! Des générations de mathématiciens s'y sont cassés les dents, tout en y forgeant les outils modernes de l'arithmétique.

On retrouva une démonstration de Fermat pour le cas des puissances 4-ièmes, fondée sur l'ingénieuse méthode de la descente infinie. Il a fallu attendre 100 ans pour que Leonhard Euler fournisse une démonstration du cas $n=3$, avec une erreur certes, mais les idées essentielles y étaient, puis 1820 pour que Dirichlet et Legendre traitent le cas $n=5$. Un grand pas fut franchi par Kummer au milieu du XIX^e s. avec des travaux très importants sur les entiers cyclotomiques. Il est parvenu à démontrer le théorème pour tous les exposants premiers inférieurs à 100, hormis 37, 59 et 67.

Il faudra attendre le 19 septembre 1994, et le mathématicien anglais Andrew Wiles, pour qu'après nombre de progrès, le théorème de Fermat soit entièrement résolu. La démonstration de Wiles prend environ 1000 pages. Il n'y avait effectivement pas assez de place dans la marge!