

Annexe 11 : TD n°7**Exercice 1**

Nous observons deux caractères statistiques sur un même individu (une moule). Il s'agit du poids brut et du poids utile. Le tableau suivant représente 10 observations de ces deux caractères.

Poids brut	3.75	7.05	5.83	9.58	1.31	8.58	7.16	4.80	6.32	6.90
Poids utile	1.51	2.60	1.33	3.49	0.36	3.57	2.98	1.74	3.12	3.08

- 1) Calculer les paramètres de position (moyenne, médiane) des deux séries.
- 2) Calculer les paramètres de dispersion (variance, écart-type, écart inter-quartile) des deux séries.
- 3) Calculer le coefficient de corrélation entre les deux séries. Peut-on dire qu'il y a une dépendance entre les deux caractères statistiques? Si oui, donner l'équation de la droite de régression.

Exercice 2

Dans un concours, les candidats passent deux épreuves de mathématiques, l'une en probabilités, l'autre en statistiques.

On note X la note obtenue à l'épreuve de probabilités, et Y celle obtenue à l'épreuve de statistiques. Les résultats obtenus pour 104 candidats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

$x \backslash Y$	[0 ; 4[[4 ; 8[[8 ; 12[[12 ; 16[[16 ; 20[Total
[0 ; 4[1	1	0	0	0	2
[4 ; 8[1	3	5	11	0	20
[8 ; 12[2	10	10	28	0	50
[12 ; 16[0	1	3	9	11	24
[16 ; 20[0	0	2	4	2	8
Total	4	15	20	52	13	104

- 1) Calculer la moyenne et l'écart type de X et de Y .
- 2) Calculer la fréquence conditionnelle de $X \in [12 ; 16[$ sachant que $Y \in [4 ; 8[$.
- 3) Calculer la covariance de X et Y , et le coefficient de corrélation.

Exercice 3

Nous nous intéressons à un élément du système de navigation de bord. Le tableau suivant représente les instants de premières défaillances de ces éléments, observés sur 10 avions.

Numéro de l'avion	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temps de défaillance	6	8*	35	65	30	80*	52	88	20	36*

Temps de premières défaillances, exprimés en mois. Les astérisques représentent des éléments suspendus.

- 1) Donner une estimation de la fiabilité $R(t)$, en utilisant la méthode de Kaplan-Meier.
- 2) Peut-on justifier d'une loi exponentielle pour modéliser le temps de bon fonctionnement des éléments étudiés ? Si oui, donner une estimation du MTTF et du paramètre λ .

Exercice 4

Soit X une V.A.R. de densité : $f_X(x) = \frac{2}{\theta} e^{-\frac{2}{\theta}x} 1_{\mathbb{R}_+}(x)$, dont on cherche à estimer le paramètre θ .

- 1) A l'aide d'une I.P.P., montrer que la moyenne empirique est un estimateur biaisé de θ .
- 2) Proposer un estimateur sans biais de θ , fonction de \bar{X} . Ce nouvel estimateur est-il convergent ?

Exercice 5

Un biologiste étudie un type d'algue qui attaque les plantes marines. La toxine contenue dans cette algue est obtenue sous forme de solution organique. Il mesure la quantité de toxine par gramme de solution. Il a obtenu les mesures suivantes, exprimées en milligrammes :

Quantité	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Fréquence	1	4	6	5	9	8	12	10	7	5	1

- 1) Calculer la moyenne et l'écart type de l'échantillon proposé.
- 2) On suppose que la quantité de toxine par gramme de solution suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$. Déterminer un intervalle de confiance à 95% pour l'espérance μ de la quantité de toxine par gramme de solution.

Exercice 6

La presse affirme que parmi les Français regardant la télévision plus de 4 heures par jour, on a la même proportion de personnes dans chaque tranche d'âge. Sur un échantillon de 35 personnes, on a observé les données suivantes :

Age	Moins de 20 ans	De 20 à 40 ans	De 40 à 60 ans	Plus de 60 ans
Effectif	9	8	5	13

- 1) Cette étude confirme-t-elle l'opinion de la presse au seuil de 5% ?
- 2) Que penser de l'opinion selon laquelle la moitié des Français regardant la télévision plus de 4 heures par jour a plus de 60 ans, au seuil 5% ?

Exercice 7

Une étude américaine effectuée sur 106 patients a donné lieu au tableau suivant :

	A un cancer du poumon	N'a pas de cancer du poumon
Est fumeur	60	32
N'est pas fumeur	3	11

Peut-on considérer au risque de 5% qu'il existe un lien entre le fait de fumer et avoir un cancer du poumon ?

Exercice 8

Deux villages de vacances proposent des activités aquatiques à leurs clients. Les effectifs de l'été sont donnés ci-dessous :

	Planche à voile	catamaran	Plongée sous marine
Village 1	124	61	57
Village 2	91	55	12

Peut-on estimer que ces deux villages ont des clients « semblables » ?