

**Annexe 10 : TD n°5****Exercice 1**

Soit un échantillon de taille 25. La variable aléatoire est une mesure de température qui suit une loi gaussienne. La moyenne de l'échantillon est de 253°C et l'écart-type de l'échantillon est de 6.0°C.

- 1) Quel est l'intervalle de confiance de la moyenne de la population au coefficient de sécurité de 95%?
- 2) Quel est l'intervalle de confiance de la moyenne de la population au coefficient de sécurité de 60%?

**Exercice 2**

Choisissez au hasard Uniforme 5 nombres différents entre 1 et 96 (par exemple, à l'aide de la fonction aléatoire d'une calculatrice). Rechercher alors la superficie des cinq départements français correspondant à ces numéros dans le tableau ci-dessous. La Corse ayant les numéros 2A et 2B, si le nombre choisi est égal à 20 on prendra la superficie du département 2A, et si le nombre choisi est 96, on prendra la superficie du département 2B.

- 1) Si on suppose que les superficies des départements suivent une loi Normale (on fait le calcul avec cette hypothèse que l'on sait fausse), construire, à partir de votre échantillon, l'intervalle de confiance à 90% pour la surface moyenne des départements français.
- 2) Déterminer l'intervalle de confiance à 90% pour la surface de la France métropolitaine.
- 3) En fait, la surface totale de la France métropolitaine est de 543965 km<sup>2</sup> (sans les DOM-TOM). Cette aire appartient-elle à votre intervalle de confiance ?

Dép.	Superf.	Dép.	Superf.	Dép.	Superf.	Dép.	Superf.
1	5762	25	5234	49	7166	73	6028
2	7369	26	6530	50	5938	74	4388
3	7340	27	6040	51	8162	75	105
4	6925	28	5880	52	6211	76	6278
5	5549	29	6733	53	5175	77	5915
6	4299	30	5853	54	5241	78	2284
7	5529	31	6309	55	6216	79	5999
8	5229	32	6257	56	6823	80	6170
9	4890	33	10000	57	6216	81	5758
10	6004	34	6101	58	6817	82	3718
11	6139	35	6775	59	5743	83	5973
12	8735	36	6791	60	5860	84	3567
13	5087	37	6127	61	6103	85	6720
14	5548	38	7431	62	6671	86	6990
15	5726	39	4999	63	7970	87	5520
16	5956	40	9243	64	7645	88	5874
17	6864	41	6343	65	4464	89	7427
18	7235	42	4781	66	4116	90	609
19	5857	43	4977	67	4755	91	1804
20	4014	44	6815	68	3525	92	176
21	8763	45	6775	69	3249	93	236
22	6878	46	5217	70	5360	94	245
23	5565	47	5361	71	8575	95	1246
24	9060	48	5167	72	6206	96	4666

**Exercice 3**

Un échantillon de 30 cigarettes d'une même marque a donné les teneurs en goudron, exprimées en mg, suivantes :

Teneurs en goudron	11,7	11,8	12,3	12,4	12,5	12,7	12,8	12,9	13,1	13,4	13,5	14,5
effectifs	1	2	1	2	3	2	6	5	1	4	1	2

La norme en vigueur recommande une teneur en goudron inférieure ou égale à 13mg par cigarette.

- 1) Donner une estimation ponctuelle de la proportion de cigarettes de cette marque qui respectent la norme de la teneur en goudron.
- 2) Donner une estimation ponctuelle de la teneur en goudron moyenne des cigarettes de cette marque, puis de l'écart type.
- 3) On suppose que la V.A.  $X$  qui donne la teneur en goudron en mg d'une cigarette de cette marque suit une loi normale  $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ .

Donner un intervalle de confiance à 95% de  $\mu$ .

Peut-on en déduire, avec cette confiance que la norme en vigueur est respectée ?

**Exercice 4**

Un fabricant de piles électriques affirme que la durée de vie moyenne du matériel qu'il produit est de 170 heures. Un organisme de défense des consommateurs prélève au hasard un échantillon de  $n = 100$  piles et observe une durée de vie moyenne de 158 heures avec un écart-type empirique  $\sigma_n = 30$  heures.

- 1) Déterminer un intervalle de confiance à 99% pour la durée de vie moyenne  $m$ .
- 2) Peut-on accuser ce fabricant de publicité mensongère ?

**Exercice 5**

Un sondage sur la popularité d'un élu indique que 51% des personnes interrogées sont favorables à sa politique.

- 1) Construire un estimateur  $\hat{p}_n$ , puis un intervalle de confiance à 95% de la proportion  $p$  d'électeurs qui lui sont favorables, sachant que ce sondage a été réalisé auprès de  $n = 100$  personnes.
- 2) Même question si  $n = 1000$ .
- 3) Quelle doit être la valeur minimale de  $n$  pour que la longueur de cet intervalle soit au plus égale à 4%? Conclure sur le peu de confiance que l'on doit accorder aux estimations des intentions de vote données dans la presse pour certaines élections très serrées.

**Exercice 6**

Un sondage effectué avant les présidentielles de mai 2007 auprès de 957 personnes prédisait le résultat suivant pour le second tour des élections :

- S. Royal : 48%
- N. Sarkozy : 52%

1) A partir des données de ce sondage, construire un intervalle de confiance à 90%, puis à 80% du pourcentage de votes pour les deux candidats du second tour.

2) A la lecture de ces résultats, l'issue du scrutin était-il incertain (au risque de 10%) ?

3) Le 6 mai 2007, le résultat officiel du vote était :

- S. Royal : 46,94%
- N. Sarkozy : 53,06%

Commenter le résultat du sondage.

4) En supposant que quel que soit le nombre de personnes interrogées, les pourcentages de votes aient été les mêmes (48% - 52%), combien de personnes aurait-il fallu interroger au minimum pour être sûr à 95% de la victoire de N. Sarkozy ?

**Exercice 7**

L'article suivant est extrait du journal *Le Monde* du 3 mars 1983.

« Bourse de New-York, nouveau record.

La reprise frappe à la porte. Wall Street en est maintenant convaincu, après la publication faite par le Département du Commerce des principaux indicateurs économiques pour janvier.

Dans ces statistiques, il ressort que l'indice des valeurs industrielles a monté de 3,6%.

Cette hausse mensuelle est la plus forte enregistrée depuis 1950. Elle est surtout supérieure aux prévisions les plus optimistes que les boursiers avaient pu faire.

Beaucoup sont maintenant persuadés autour du Big board que le marché est entré dans une nouvelle phase d'ascension. La clientèle particulière a, pour sa part, fait un retour très marqué que certains jugent significatif.

Sur les 1970 valeurs traitées le 2 mars, 1168 ont monté, 469 ont baissé et 333 n'ont pas varié.

Voici une sélection des cours du jour :

Valeurs	Cours du 1 <sup>er</sup> mars	Cours du 2 mars
Alcoa	34 3/4	35 1/8
ATT	67 1/2	66 7/8
Boeing	37	36 7/8
Chase Manhattan Bank	47 1/4	48 7/8
Du Pont de Nemours	40 5/8	41
Eastman Kodak	89 1/4	89
Exxon	30	30 7/8
Ford	40 1/2	41 3/8
General Electric	111	108
General Foods	39 3/8	39 1/2
General Motors	63 1/2	63
Goodyear	31 3/4	31 5/8
IBM	101 3/4	102 1/8
ITT	33 3/8	33 3/4
Mobil Oil	27 1/4	28 1/2
Pfizer	72 3/4	74 1/4
Schlumberger	40 1/2	41 7/8
Texaco	32 1/8	33
U.A.L. Inc.	34	34 3/8
Union Carbide	61 1/2	61 1/4
U.S. Steel	22 3/4	22 7/8
Westinghouse	48 5/8	49 1/4
Xerox Corp	38 5/8	39 5/8 "

1) D'après la sélection des valeurs dont les cours ont été publiés, donner un intervalle de confiance à 95% pour la proportion de valeurs ayant strictement monté lors de la séance du 2 mars. Que penser du résultat ?

2) D'après les mêmes données, quel est l'intervalle de confiance à 95% pour la proportion de valeurs ayant vu leur cours inchangé ? Que penser de ce résultat ?