Initiation aux Statistiques **TSA 13A**
Correction Examen du 15/07/2014

Exercice 1

On donne ci-dessous les moyennes obtenues par les TSA aux modules de probabilités et de statistiques depuis la promotion 11A, ainsi que l'effectif des classes.

Classes / effectifs / modules	TS11A : 29 étudiants	TS11B : 11 étudiants	TS12A : 27 étudiants	TS12B : 23 étudiants	TS13A : 11 étudiants
Probabilités	14,7	15,6	11,7	15,5	15,1
Statistiques	15	16,8	12,4	14,8	???

1- Calculer la moyenne et l'écart type des notes de probabilités pour l'ensemble des étudiants de TSA depuis la promotion 11A.

$$\bar{x} = \frac{14{,}7\times 29 + 15{,}6\times 11 + 11{,}7\times 27 + 15{,}5\times 23 + 15{,}1\times 11}{29+11+27+23+11} \simeq 14{,}22; \quad \sigma \simeq 1{,}55$$

2- a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les notes de probabilités et celles de statistiques jusqu'à la promotion qui vous précède. $r \simeq 0{,}9$
Un ajustement affine est-il envisageable ? Oui

b) Déterminer une équation de la droite de régression linéaire y =0,89x + 1,94

c) Quelle moyenne votre promotion peut-elle espérer obtenir à cet examen de statistiques?
$0{,}89\times 15{,}1 + 1{,}94 \simeq 15{,}4$

3- On suppose que la répartition des notes en probabilités suit une loi gaussienne.
L'écart type de la série des notes obtenues à l'examen de probabilités par les TS12A est : 4,4
L'écart type de la série de notes obtenues par votre promotion est : 4,7.
Peut-on affirmer que vos promotions sont de même niveau en probabilités :

TS12A : $n_1 = 27$; $\overline{x_1} = 11{,}7$; $\sigma_1^2 = 19{,}36$; TS13A : $n_2 = 11$; $\overline{x_2} = 15{,}1$; $\sigma_2^2 = 22{,}09$

Hypothèse : H_0 : $\mu_1 = \mu_2$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \simeq 1{,}65 \ ; \ \left|\overline{x_1} - \overline{x_2}\right| = 3{,}4 \ ; \text{ on rejette } H_0 \ ssi \ \frac{\left|\overline{x_1} - \overline{x_2}\right|}{\sigma_d} > u_{\alpha/2} . \ \frac{\left|\overline{x_1} - \overline{x_2}\right|}{\sigma_d} \simeq 2{,}06$$

a) Au risque de 5% : lorsque $\alpha = 5\%$, $u_{\alpha/2} = 1{,}96 < 2{,}06$.

H_0 est rejetée au risque d'erreur 5% , c'est-à-dire qu'à 95%, on peut estimer que les deux promotions ne sont pas de même niveau en probabilités.

b) Au risque de 1% : lorsque $\alpha = 1\%$, $u_{\alpha/2} = 2{,}57 > 2{,}06$. H_0 est acceptée.

Exercice 2

Une étude a été menée sur la durée de vie de pneumatiques soumis à de fortes variations de températures.
20 pneumatiques ont été étudiés et les durées de vie (exprimées en heures) ont été relevées .

Les durées de vie suivies d'une astérisque correspondent à des pneumatiques retirés du test en cours d'expérience.

1- Calculer une estimation de la fiabilité d'un pneumatique en utilisant la méthode de Kaplan Meier.

t	29	74	81	88	90*	97	99	100	102	103*	106	115	125	127*	131	150	154	218	220	225
R(t)	0,95	0,90	0,85	0,80	0,80	0,75	0,69	0,64	0,59	0,59	0,53	0,47	0,41	0,41	0,34	0,27	0,20	0,14	0,07	0,00

2- On modélise la durée de vie de ces pneumatiques par une loi exponentielle.
Estimer graphiquement la durée de vie moyenne $MTTF \simeq 130.$

En déduire une valeur approchée du paramètre λ : $\lambda = \frac{1}{MTTF} \simeq 0{,}008$

Exercice 3

On donne ci-contre le relevé des crashs dans un simulateur, selon le sexe du pilote :

	Crash	Pas de crash
Femmes	14	34
Hommes	31	41

Peut-on considérer, au seuil de 5% qu'il existe un lien entre l'aptitude au pilotage et la nature du pilote ?

$S = 2{,}37 < \chi^2_{1;0.05} \simeq 3{,}841$. Au risque de 1%, on ne peut pas affirmer qu'il existe un lien entre l'aptitude au pilotage et le sexe.

Exercice 4

Un sondage réalisé en avril 2014 par l'institut BVA auprès d'un échantillon de 1005 personnes de plus de 18 ans donne les intentions des français quant à leurs vacances :

33% des personnes interrogées pensent partir à la mer ;

10% des personnes interrogées pensent partir à la montagne ;

18% des personnes interrogées pensent partir à la campagne ;

Les autres ne pensent pas partir cet été.

1- Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de français qui partiront en vacances cet été au niveau de confiance 95%. La proportion de français susceptibles de partir est de 61%.

$$I_{5\%} = \left[0{,}61 - \frac{1{,}96}{\sqrt{1005}} \sqrt{0{,}61 \times (1-0{,}61)} ; 0{,}61 + \frac{1{,}96}{\sqrt{1005}} \sqrt{0{,}61 \times (1-0{,}61)} \right] \approx [0{,}5798 ; 0{,}6402]$$

2- Parmi les français qui envisagent de partir, quelle est la proportion de ceux qui souhaitent partir à la mer ? $33/61*100 \simeq 54\%$

3- Une entreprise de 52 salariés propose à ses personnels des tarifs préférentiels dans un village de vacances au choix.
12 salariés ont choisi le village de Sigean près de la mer ; 5 celui de Saint-Lary-Soulan à la montagne ; 6 celui de Florac à la campagne ; 29 personnes ne se sont pas inscrites, et sont considérées comme ne partant pas …

A risque de 5%, cette répartition confirme-t-elle la tendance révélée par le sondage ?
On réalise un test d'adéquation :

	Mer	Montagne	Campagne	Rien
Nombre d'inscrits	12	5	6	29
Fréquences théoriques	0,33	0,10	0,18	0,39

$k_{254} \simeq 6{,}51 < \chi^2_{3;0.05} \simeq 7{,}815$. Au risque de 5%, on peut donc affirmer que la répartition dans l'entreprise confirme la tendance révélée par le sondage.

Exercice 5

Après avoir observé la durée de vie des ILS, on a obtenu le tableau suivant donnant les instants de défaillance, exprimés en mois.

Instants de défaillance	4	6	12	20	22	34	39	58	60	62

1- Faire un test de Laplace, pour savoir si le processus de comptage est un processus de Poisson homogène (au risque de 5%).

$$L=\sqrt{\frac{12}{10}}\frac{(4-31)+(6-31)+...+(60-31)+(62-31)}{62}\simeq 0{,}124<u_{0{,}05}\simeq 1.645$$

L'hypothèse d'homogénéité est donc validée.

2- a) En supposant que le temps de bon fonctionnement suit un processus de Poisson homogène donner une estimation du paramètre λ de ce processus en pannes/mois. $\hat{\lambda}=\frac{10}{62}\simeq 0{,}16$.

b) Calculer alors la probabilité d'avoir deux défaillances sur deux ans.

$$IP(N_{24}=2)=\frac{(\lambda t)^2}{2}e^{-\lambda t}\simeq 0{,}158$$